CANADA EXCELLENCE RESEARCH CHAIR

DATA SCIENCE FOR REAL-TIME DECISION-MAKING

UNE METHODE D'OPTMISATION GLOBALE DE TYPE LP/NLP BRANCH-AND-BOUND POUR LA PLANIFICATION DE POMPAGE DANS LES RÉSEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU POTABLE

Gratien Bonvin
Sophie Demassey
Andrea Lodi

February 2019

DS4DM-2019-002

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET GÉNIE INDUSTRIEL
Pavillon André-Aisenstadt
Succursale Centre-Ville C.P. 6079
Montréal - Québec
H3C 3A7 - Canada
Téléphone: 514-340-5121 # 3314

Une méthode d'optimisation globale de type LP/NLP branch-and-bound pour la planification de pompage dans les réseaux de distribution d'eau potable

Gratien Bonvin[1,2], Sophie Demassey[1], Andrea Lodi[2]

[1] Mines ParisTech, CMA, Sophia Antipolis, France
{gratien.bonvin,sophie.demassey}@mines-paristech.fr
[2] Ecole Polytechnique de Montréal, CERC in Data Science for Decision Making, Montréal, Canada
andrea.lodi@polymtl.ca

Mots-clés : *programmation non convexe en nombres entiers, optimisation globale.*

1 Introduction

Parvenir à un système énergétique plus sobre en carbone nécessite d'accroître la part d'électricité générée à partir de sources d'énergie renouvelable, notamment en investissant dans des capacités de génération solaire et éolienne. Cette incorporation croissante d'électricité fournie par des sources intermittentes motive alors une transition « d'un système dans lequel des centrales électriques contrôlables suivent la demande d'électricité » à « un système électrique efficient où des producteurs flexibles, des consommateurs flexibles et des systèmes de stockage répondent de manière croissante à la production intermittente des centrales éoliennes et solaires » [4]. Ce nouveau paradigme représente assurément une opportunité pour les opérateurs de réseaux de distribution d'eau potable (RDEP) qui peuvent s'appuyer sur deux atouts essentiels pour optimiser les coûts électriques induits par le fonctionnement des pompes : d'une part, les capacités de stockage offertes par les châteaux d'eau qui permettent de découpler le temps de consommation électrique des pompes et le temps de livraison de l'eau aux consommateurs finaux et, d'autre part, la flexibilité des opérations de pompage qui peuvent être rapidement ajustées en fonction du signal-prix délivré par les marchés électriques.

Toutefois, résoudre de manière optimale le problème de planification de pompage est une tâche complexe car il met en jeu à la fois des contraintes non convexes propres au fonctionnement des pompes et à l'écoulement hydraulique, et des variables discrètes nécessaires à la modélisation des éléments actifs, i.e. des pompes et des valves. Dans ce papier, nous proposons une nouvelle approche inspirée du LP/NLP branch-and-bound [7] mais adaptée aux problèmes non convexes, qui coordonne la résolution d'une relaxation linéaire discrète du problème original pour sélectionner des solutions entières prometteuses et d'un sous-problème non-linéaire continu pour vérifier la satisfaction des contraintes non convexes et calculer le coût réel des solutions. Nous présentons ce schéma d'optimisation globale dans un cadre applicatif large, autorisant notamment les pompes à vitesse variable, et discutons comment le spécialiser selon la nature du sous-problème continu. Nous formulons également une nouvelle heuristique primale pour réparer les solutions proches de la réalisabilité. L'approche proposée est finalement expérimentée sur cinq cas d'étude et comparée avec les méthodes concurrentes.

2 Formulation du problème de planification de pompage

Le problème consiste à planifier les opérations de pompage sur une période future, typiquement le jour suivant, dans le but de minimiser les coûts énergétiques, en considérant les caractéristiques physiques statiques des éléments du réseau (canalisations, pompes, valves, châteaux d'eau) et des prévisions des prix électriques et de la demande d'eau. Il est habituellement formulé selon les hypothèses présentées ci-dessous (voir [2] pour un modèle complet).

L'horizon de planification est discrétisé en un nombre restreint de périodes $t \in [1, T]$ de longueur équivalente Δ_t (typiquement, une heure) et l'écoulement hydraulique est supposé stationnaire sur chaque période. La topologie du réseau définit un graphe orienté $G = (J, A)$: l'ensemble J des nœuds est divisé en châteaux d'eau J_T, nœuds sources J_S et jonctions internes J_J ; l'ensemble A des arcs, en canalisations L, valves V et pompes K. Les pompes peuvent être équipées de variateurs de vitesse (K_V) ou contraintes d'opérer à vitesse nominale fixe (K_F).

À chaque nœud interne $j \in J_J$, une demande en eau D_{jt} doit être acheminée avec une charge [1] minimale $h_{jt} \geq \underline{H_j}$. Le volume d'eau stocké à tout instant dans un château d'eau $j \in J_T$ est contraint par ses caractéristiques physiques et par des contingences propre à la sécurité d'approvisionnement en eau, ce qui implique que le niveau d'eau est restreint à un intervalle de charge $h_{jt} \in [\underline{H_j}, \overline{H_j}]$. À chaque réservoir $j \in J_S$, la charge est assumée indépendante du plan de pompage réalisé et est donc fixée à priori ($h_{jt} = H_{jt}$).

Les décisions de planification portent sur le réglage des éléments actifs pour chaque période $t \in [1, T]$. Pour chaque pompe $k \in K$, une variable binaire x_{kt} modélise son état, allumée ($x_{kt} = 1$) ou non ($x_{kt} = 0$), et une variable continue $w_{kt} \in [0, 1]$, sa vitesse, qui est fixée à la vitesse nominale ($w_{kt} = 1$) si $k \in K_F$. La modélisation d'une valve $v = ij \in V$ dépend de sa nature. Mentionnons par exemple les valves d'arrêt, modélisées par des variables binaires x_{vt}, qui permettent d'ouvrir ($x_{vt} = 1$) ou de fermer ($x_{vt} = 0$) complètement une canalisation, ou les valves réductrices de pression qui permettent de réduire la charge d'une quantité variable $d_{vt} = h_{it} - h_{jt}$ dans le sens du débit et donc de découpler les charges en amont et en aval.

Finalement, soit q_{at} le débit s'écoulant à travers l'arc $a \in A$ durant la période $t \in [1, T]$, alors l'équilibre hydraulique au sein du réseau est décrit par des fonctions $\phi_l(q_{lt}) = A_l q_{lt} + B_l q_{lt}|q_{lt}|$ et $\Psi_k(q_{kt}, w_{kt}) = w_{kt}^2 (\alpha_k - \beta_k (q_{kt}/w_{kt})^{\gamma_k})$ caractérisant respectivement la perte de charge $h_{it} - h_{jt}$ dans une canalisation $l = ij \in L$ et le gain de charge $h_{jt} - h_{it}$ d'une pompe $k = ij \in K$ allumée. De plus, la puissance électrique consommée par une pompe $k \in K$ est donnée par $\Gamma_k(q_{kt}, w_{kt}) = w_{kt}^3 (\lambda_k + \mu_k (q_{kt}/w_{kt}))$. Ces trois fonctions étant non convexes, le modèle appartient ainsi à la classe des programmes non-linéaires en nombres entiers (PNLNE) non convexes.

3 Une méthode globale de type LP/NLP branch-and-bound

3.1 Deux relaxations, un arbre de branchement

Nous partons du constat que, dans le contexte du problème de planification de pompage considéré, les contraintes non convexes tendent à être satisfaites même lorsqu'elles sont relâchées en leur enveloppe convexe du fait de la minimisation de la fonction objectif [1]. Cette observation motive l'implémentation d'un algorithme basé sur la relaxation convexe du problème original ($\mathcal{P}$). Plus précisément, nous formulons une relaxation spécifique de programmation linéaire en nombre entiers (PLNE) ($\mathcal{P}_\epsilon$) et proposons d'embarquer un solveur de programmation non-linéaire (PNL) non convexe dans un solveur de PLNE, via une fonction de rappel (*lazy callback*), pour vérifier la réalisabilité des solutions relâchées entières. L'arbre de recherche est ainsi construit en branchant premièrement sur les variables binaires x et en utilisant la relaxation linéaire de ($\mathcal{P}_\epsilon$) pour l'évaluation. À chaque nœud où une solution entière $x = X$ est trouvée (par branchement ou par heuristique), la recherche se poursuit avec la résolution par *spatial branch-and-bound* du sous-problème de PNL non-convexe restreint aux variables continues ($\mathcal{P}(X)$). Pour que la méthode soit exacte et n'exclut pas de solution, le processus de mise à jour de la borne supérieure dans le branch-and-bound du PLNE ($\mathcal{P}_\epsilon$) est altéré de sorte que la borne est actualisée à la valeur optimale du sous-problème ($\mathcal{P}(X)$) à un nœud entier $x = X$ quand cette dernière lui est strictement inférieure.

1. définie comme la somme de l'élévation géographique et de la pression (en mètres)

3.2 Une approximation extérieure de précision ϵ

La relaxation de PLNE $(\mathcal{P}_\epsilon)$ est construite par *outer approximation* (OA) des fonctions non convexes ϕ_l, Ψ_k et Γ_k. Une attention particulière est accordée à la qualité des bornes associées aux variables de décision associées, et nous appliquons ainsi en prétraitement une méthode de renforcement des bornes par optimisation [6]. Nous générons ensuite, pour chaque canalisation $l \in L$, un ensemble de coupes OA linéaires permettant d'approximer, avec un écart maximal $\epsilon \geq 0$ donné, l'enveloppe convexe des fonctions $\phi_l(q)$ sur l'intervalle des débits autorisés $q \in [\overline{Q_l}, \underline{Q_l}]$.

Concernant l'approximation des fonctions $\Psi_k(q, w)$ et $\Gamma_k(q, w)$ associées à une pompe allumée $k \in K$, nous commençons par remarquer que les points de fonctionnement possibles de la pompe sont concentrés dans le domaine $\mathcal{D} = \{(q, w) \mid \sqrt{\frac{P}{\alpha}} \leq w \leq 1, 0 \leq q \leq s(w)\}$, avec $s(w) = \Psi_w^{-1}(P) = w(\alpha/\beta - P/(\beta w^2))^{\frac{1}{\gamma}}$ et P une borne inférieure sur le gain de charge minimal délivré. Sous l'hypothèse, couramment observée sur les cas d'étude, où $1 \leq \gamma \leq 3$ et $P \geq 0$, nous générons un ensemble de coupes OA surestimant la fonction Ψ_k sur le domaine $\mathcal{D}$ de sorte que la distance entre $\Psi_k(q, 1)$ et l'approximation OA n'excède pas ϵ sur l'intervalle $q \in [0, s(1)]$. De manière similaire, en restreignant la preuve au cas $\alpha/9 \leq P \leq \alpha$, nous générons un nombre fixe de n_k plans linéaires qui sous-estiment la puissance consommée Γ_k par une pompe à vitesse variable $k \in K_V$ sur le domaine $\mathcal{D}$. À noter que la fonction Γ_k est linéaire dans le cas d'une pompe à vitesse fixe $k \in K_F$.

3.3 RDEP à réglages binaires, RDEP à réglage mixtes

L'approche proposée est générique et s'applique théoriquement à tout type de RDEP. Elle peut cependant être raffinée pour la classe des réseaux (RB) composés uniquement d'éléments actifs à réglage binaire (allumé/éteint, ouvert/fermé), tels que les pompes à vitesse fixe ou les valves d'arrêt. Dans ce cas, les variables de décision sont exclusivement discrètes et le sous-problème $(\mathcal{P}(X))$ restreint aux variables continues (q, h) est soit irréalisable soit possède une solution unique. À l'instar du schéma de résolution proposé par Raghunathan [10] pour le problème de conception de réseaux gravitaires, la réalisabilité du nœud X peut être facilement vérifiée. En effet, la solution et son coût électrique peuvent être obtenus par une analyse de période étendue, en calculant progressivement pour chaque période $t \in [1, T]$, par la méthode de Newton [12], l'unique configuration charge-débit compatible avec le réglage des éléments actifs, et en vérifiant la satisfaction des bornes sur les variables, notamment des charges aux châteaux d'eau. Dès la première contrainte violée, à une période $t = \bar{t}$, l'analyse est interrompue et une coupe combinatoire d'irréalisabilité

$$\sum_{t=1}^{\bar{t}} \left(\sum_{a \in K \cup V, X_{at}=0} x_{at} + \sum_{a \in K \cup V, X_{at}=1} (1 - x_{at}) \right) \geq 1 \tag{1}$$

est ajoutée au PLNE, excluant de la recherche future à la fois X et toutes les solutions étendant le plan partiel $X_{[1,\bar{t}]}$ restreint aux $\bar{t}$ premières périodes [9].

En présence d'au moins un élément actif dont la modélisation introduit une variable de décision continue, par exemple la vitesse pour une pompe à vitesse variable ou le déficit de charge pour une valve réductrice de pression, le réseau appartient à la classe que nous nommons RDEP à réglages mixtes (RM). Calculer la solution optimale du sous-problème $(\mathcal{P}(X))$ requiert alors l'utilisation d'un solveur d'optimisation globale en variables continues, qui nécessite à son tour d'introduire de nouvelles variables binaires spécifiant la direction du débit à travers les canalisations ($x_{lt} = 1 \iff q_{lt} \geq 0$) pour lever la non-différentiabilité des fonctions de perte de charge ϕ_l en 0. Lorsque la résolution optimale d'un sous-problème est trop longue, nous proposons d'autoriser un écart d'optimalité relatif $0 < G < 1$ ou de fixer un temps limite. Dans les deux cas, le schéma de résolution ne garantit plus l'optimalité mais il maintient toutefois une garantie de performance par rapport à une borne inférieure globale, calculée comme la valeur minimale entre la borne de la relaxation linéaire en nombres entiers $(\mathcal{P}_\epsilon)$ et la borne inférieure des sous-problèmes $(\mathcal{P}(X))$ non résolus à l'optimum.

3.4 Une heuristique primale basée sur l'ajustement de la durée des pas de temps pour la classe RB

Comme évoqué ci-dessus, les solution entières de $(\mathcal{P}_\epsilon)$ sont souvent réalisables ou « proches de la réalisabilité » pour $(\mathcal{P})$. Dans les réseaux de classe RM, les légers déséquilibres des débits induits par la relaxation peuvent parfois être compensés par l'ajustement des variables continues associées aux éléments actifs (vitesse des pompes et réduction des charges), rendant ainsi les solutions entières relâchées réalisables pour le problème non-convexe. En revanche, dans les réseaux de classe RB où une telle compensation n'est pas possible, on observe fréquemment de petites violations de l'intervalle de charge $[\underline{H_j}, \overline{H_j}]$ autorisé dans les châteaux d'eau $j \in J_T$. Afin d'accélérer l'obtention de solutions réalisables dans ce cas, nous intégrons au branch-and-bound une nouvelle heuristique primale, recherchant un plan de pompage viable – au sens de l'application pratique mais non nécessairement réalisable pour le modèle discrétisé à pas fixes $(\mathcal{P})$ – dans le voisinage de la solution entière relâchée associée à un nœud irréalisable $x = X$.

Cette heuristique, présentée dans le contexte des réseaux de classe RB, repose sur l'ajustement de la durée des pas de temps de discrétisation de l'horizon de planification. Initialement maintenu pendant une durée Δ_t dans le modèle $(\mathcal{P})$, l'état des éléments actifs à une période t est autorisé à être avancé sur la période précédente ou prolongé sur la période suivante. Plus précisément, soit $X_t \in \{0,1\}^{K\cup V}$ la configuration des éléments actifs à la période t, chaque pas de temps est scindé en trois parties de taille variable δ_t^1, δ_t^2 et δ_t^3 pendant lesquels : (1) la configuration X_{t-1} est prolongée, (2) la configuration X_t est en cours, (3) la configuration X_{t+1} est avancée. Afin de prévenir la préemption des configurations et donc l'augmentation du nombre de commutations des pompes, nous introduisons également des variables binaires u_t^1 et u_t^3 telles que $\delta_t^p = 0$ si $u_t^p = 0$, $u_{t-1}^3 = u_t^1 = 0$ si $X_{t-1} = X_t$ et $u_{t-1}^3 + u_t^1 \leq 1$ sinon. Nous formulons ainsi un PNLNE non convexe $\mathcal{H}(X)$ basé sur ces nouvelles variables de décision, et toujours les variables de charge et débit, pour calculer un plan de pompage optimal viable dans le voisinage de X ainsi défini. Nous proposons de le résoudre de manière heuristique par un algorithme itératif qui ajuste progressivement la longueur des pas de temps et des débits dans les arcs jusqu'à l'obtention d'un éventuel point fixe. Chaque itération n est composée de 3 étapes : (1) le calcul de la configuration unique des débits Q^n à partir des charges H^{n-1}, (2) le calcul des durées optimales Δ_t^n par résolution du PLNE $\mathcal{H}(X, Q^n)$ avec les valeurs des débits fixés et (3) le calcul de la configuration charge-débit unique (H^n, q^n) par l'analyse de période étendue pour les durées de pas de temps Δ_t^n. L'algorithme est initialisé avec les valeurs de charge H^0 de la solution relâchée de $(\mathcal{P}_\epsilon)$ au nœud X, et il termine quand le plan de pompage calculé à la fin d'une itération est réalisable pour $\mathcal{H}(X)$.

4 Évaluation

4.1 Résultats expérimentaux

Le schéma de résolution présenté à été appliqué à cinq réseaux de la littérature (*Simple FSD/VSD* [8], *AT(M)* [3], *Poormond* [5] et *DWG* [13]) comportant jusqu'à 55 arcs et 52 nœuds. Pour chaque réseau, cinq profils différents de tarifs électriques et trois niveaux de granularité de la discrétisation temporelle (T=12, 24 et 48) sont considérés, générant un benchmark de 75 instances. Pour chaque instance, la relaxation $(\mathcal{P}_\epsilon)$ est résolue à l'aide de Gurobi v.5.6.3 sur un thread d'un processeur 2× Xeon E5-2650V4 2.2 GHz, 254 GB RAM, avec $\epsilon = 0.01$ mètres et $n_k = 10$ pour tout $k \in K_V$. Pour les réseaux de classe RM, la restriction de PNL $(\mathcal{P}(X))$ est résolue successivement avec Bonmin v.1.8.4 et Baron v.18.5.8 dans un temps imparti de 300 secondes et avec un gap d'optimalité $G = 1\%$. Le schéma de résolution complet est interrompu une fois que l'écart d'optimalité G ou le temps limite global, fixés respectivement à 0% et 1

		T=12				T=24				T=48			
	Jour	Best	Gap	%CB	1^{st}	Best	Gap	%CB	1^{st}	Best	Gap	%CB	1^{st}
Simple FSD	21	inf	<1s	51%	<1s	155.1	3s	33%	1s	150.9	1 285s	1%	2s
	22	inf	<1s	34%	<1s	159.1	2s	29%	<1s	155.7	0.9%	3%	2s
	23	inf	<1s	34%	<1s	172.4	3s	39%	<1s	168.5	0.9%	<1%	4s
	24	inf	<1s	34%	<1s	181.7	6s	55%	1s	176.0	0.2%	<1%	<1s
	25	inf	<1s	34%	<1s	147.8	2s	42%	<1s	145.5	0.6%	<1%	<1s
AT (M)	21	766.3	17s	6%	9s	733.2	1.2%	26%	48s	731.8	1.5%	18%	195s
	22	796.4	7s	14%	5s	732.1	1.1%	26%	32s	730.6	2.7%	15%	514s
	23	825.5	23s	5%	12s	761.5	0.8%	28%	51s	765.0	2.9%	16%	367s
	24	884.2	16s	6%	10s	822.9	2.0%	26%	69s	824.0	2.6%	22%	99s
	25	845.8	4s	27%	3s	690.6	0.1%	16%	7s	685.6	3.7%	18%	143s
Poormond	21	111.6	404s	11%	61s	109.0	2.2%	<1%	52s	110.1	4.9%	<1%	561s
	22	113.6	342s	8%	31s	113.0	3.8%	<1%	87s	112.4	4.8%	<1%	556s
	23	126.6	230s	6%	31s	125.2	3.8%	<1%	54s	124.5	4.9%	<1%	262s
	24	138.9	465s	3%	31s	136.3	2.6%	<1%	51s	136.0	4.1%	<1%	174s
	25	113.4	359s	19%	32s	94.2	1.4%	<1%	52s	92.4	3.9%	<1%	212s
Simple VSD	21	148.2	<1s	79%	<1s	146.8	7s	14%	<1s	146.9	1.3%	<1%	<1s
	22	154.0	<1s	82%	<1s	152.4	6s	12%	<1s	151.5	1.2%	<1%	<1s
	23	167.5	<1s	76%	<1s	165.1	6s	11%	<1s	164.0	817s	<1%	<1s
	24	173.5	<1s	78%	<1s	172.2	6s	12%	<1s	171.2	3 368s	<1%	<1s
	25	145.0	<1s	81%	<1s	139.8	3s	30%	<1s	140.9	742s	<1%	<1s
DWG	21	3 379.3	1.6%	>99%	322s	(3 266.5)	-	99%	-	(3 266.9)	-	92%	-
	22	3 469.1	4.2%	>99%	268s	(3 292.3)	-	99%	-	(3 284.8)	-	87%	-
	23	3 635.4	4.5%	>99%	36s	(3 428.9)	-	99%	-	(3 417.9)	-	88%	-
	24	3 689.4	1.5%	>99%	47s	(3 549.8)	-	99%	-	(3 549.1)	-	93%	-
	25	3 602.3	12.2%	>99%	25s	(3 128.1)	-	99%	-	(3 122.9)	-	93%	-

TAB. 1 – Résultats sur les différents réseaux de classe RB (*Simple FSD*, *AT(M)*, *Poormond*) et RM (*Simple VSD*, *DWG*). Pour chaque instance, définie par un jour et un nombre de pas de temps T, *Best* donne le coût de la meilleure solution trouvée en tenant compte de l'écart d'optimalité et du temps limite considéré, si disponible, sinon, la borne inférieure finale (entre parenthèses) ; *inf* signale que l'instance est irréalisable. ; *Gap* est soit le temps (en secondes) pour trouver la solution optimale soit l'écart d'optimalité final (en %) ; *%CB* est la part du temps de calcul passée dans le *callback* ; *First* est le temps pour calculer la première solution réalisable.

heure pour RB et à 1% et 2 heures pour RM, est atteint.

Le tableau 1 recense les résultats obtenus. Pour chacune des 45 instances associées au trois réseaux de classe RB (*Simple FSD*, *AT(M)*, *Poormond*), une première solution réalisable est calculée en moins de 10 minutes et un gap d'optimalité inférieure à 5% est obtenu en moins d'une heure, ce qui suggère que la méthode proposée est à même de fournir des solutions de bonne qualité en temps réel pour des RDEP de classe RB de taille moyenne. Nous soulignons également l'efficacité des coupes combinatoires (1) et de l'heuristique primale. Par exemple, pour *AT(M)* avec $T = 12$, alors que des solutions optimales sont calculée pour les 5 instances en moins de 30 secondes, aucune solution réalisable n'est obtenue pour 2 des 5 instances en 10 minutes lorsque les coupes combinatoires sont désactivées ($\bar{t} = T$). Pour *Poormond*, désactiver l'heuristique primale ne permet plus d'obtenir une solution réalisable en moins d'une heure pour 6 des 15 instances et le temps nécessaire pour obtenir une première solution est multiplié par 15 sur les 9 instances restantes.

Pour les deux réseaux de classe RM (*Simple VSD*, *DWG*), les résultats obtenus sont contrastés. Pour *Simple VSD*, un réseau de petite taille comportant 3 pompes à vitesse variable en parallèle, le gap d'optimalité requis de 1% est atteint en moins de 1 seconde (resp. 10 secondes) pour les 5 instances avec $T = 12$ (resp. $T = 24$) alors qu'un gap d'optimalité inférieur à 1.3% est obtenu en moins de 2 heures pour les instances avec $T = 48$. Pour *DWG*, si des solutions réalisables sont calculées en moins de 10 minutes et que le gap d'optimalité moyen après deux heures est contenu (4.8%) avec $T = 12$, aucune solution réalisable n'est obtenue en 2 heures pour les 10 instances avec $T = 24$ et $T = 48$. Une explication réside dans le faible nombre de nœuds entiers investigués du fait de la complexité du sous-problème ($\mathcal{P}(X)$) à résoudre dans ce cas.

4.2 Comparaison avec les résultats publiés

Plusieurs méthodes concurrentes ont été appliquées sur l'un ou l'autre des cas d'étude étudiés, principalement de classe RB, et nous proposons une comparaison empirique avec les résultats publiés de quatre méthodes alternatives sur des instances RB et avec un solveur d'optimisation globale sur les instances RM. Tout d'abord, Costa et al. [3] proposent une énumération exhaustive couplée à un simulateur hydraulique, adaptée aux réseaux de classe RB de combinatoire modérée. Sur les 3 instances *AT(M)* proposées où le nombre N d'allumage par pompes est limité ($N = 1, 2, 3$), notre approche termine avec un gap de l'ordre de 2% dans le temps requis par l'énumération exhaustive pour prouver l'optimalité (de 10 min pour $N = 1$ à 81h pour $N = 3$). En revanche, nous reportons des solutions substantiellement meilleures que celles obtenues avec deux méthodes basées respectivement sur une relaxation lagrangienne [5] et une décompositions de Benders [9] sur le RDEP *Poormond*, avec une baisse du coût de pompage journalier compris entre 6.8% et 25.7% pour les 5 instances proposées vis-à-vis des meilleures solutions rapportées. Comparée à l'algorithme OA proposé par Shi et You [11], notre approche présente une diminution d'un facteur 30 du temps de résolution par rapport aux résultats rapportés sur deux versions simplifiées de *Poormond*. Finalement, la résolution directe par Baron du modèle non-convexe sur les instances de classe RM avec $T = 12$, donne des temps de calcul de l'ordre de 20 fois supérieurs à notre approche pour *Simple VSD* et aucune solution réalisable n'est trouvée en 2 heures pour *DWG*.

5 Conclusion et perspectives

Nous présentons une nouvelle méthode de type LP/NLP branch-and-bound adaptée aux problèmes non convexes pour résoudre à l'optimalité le problème de la planification de pompage dans une large variété de RDEP, sans aucune restriction sur la topologie du réseau et sur la nature des éléments à considérer. Les expérimentations numériques sur cinq cas d'étude aux caractéristiques différenciées permettent de mettre en exergue les forces du schéma de résolution proposé, notamment vis-à-vis des méthodes de la littérature, et des pistes d'amélioration. Pour les réseaux de classe RB, des solutions proches de la réalisabilité sont obtenues en un temps compatible avec une implémentation en temps réel, mais le gap d'optimalité peine parfois à être réduit ensuite du fait de la faible évolution de la borne inférieure. Un moyen d'y remédier serait de renforcer la relaxation convexe originale ($\mathcal{P}_\epsilon$). Pour les réseaux de classe RM, la méthode est plus performante qu'une résolution directe par optimisation globale, mais la résolution des sous-problèmes continus non convexes demeure un verrou pour les instances les plus complexes. Pour limiter le temps nécessaire à l'obtention d'une première solution réalisable de bonne qualité, un axe de recherche envisagé serait de sélectionner les nœuds entiers à investiguer en s'appuyant sur des techniques d'apprentissage automatique.

Références

[1] Gratien Bonvin, Sophie Demassey, Claude Le Pape, Nadia Maïzi, Vincent Mazauric, Alfredo Samperio. *A convex mathematical program for pump scheduling in a class of branched water networks. Applied Energy*, 185(2017) :1702–1711.

[2] Jens Burgschweiger, Bernd Gnädig et Marc C Steinbach. *Optimization models for operative planning in drinking water networks. Optimization and Engineering*, 10(1) :43–73, 2009.

[3] Luis Henrique Magalhaes Costa, Bruno de Athayde Prata, Helena M. Ramos, Marc Aurélio Holanda de Castro. *A branch-and-bound algorithm for optimal pump scheduling in water distribution networks. Water resources management, 30(3) :1037–1052, 2016.*

[4] Federal Ministry for Economic Affairs and Energy (BMWi). *An Electricity Market for Germany's Energy Transition (Green Paper).* October 2014.

[5] Bissan Ghaddar, Joe Naoum-Sawaya, Akihiro Kishimoto, Nicole Taheri, Bradley Eck. *A Lagrangian decomposition approach for the pump scheduling problem in water networks. European Journal of Operational Research*, 241(2) :490–501, 2015.

[6] Ambros Gleixner, Timo Berthold, Benjamon Müller, Stefan Weltge. *Three enhancements for optimization-based bound tightening. Journal of Global Optimization*, 67(4) :731–757, 2017.

[7] Ignacio Quesada, Ignacio Grossmann. *An LP/NLP based branch and bound algorithm for convex MINLP optimization problems. Computers & chemical engineering*, 16(10-11) :937–947, 1992.

[8] Ruben Menke, Edo Abraham, Ivan Stoianov. *Modeling variable speed pumps for optimal pump scheduling. World Environmental and Water Resources Congress*, pages 199–209, 2016.

[9] Joe Naoum-Sawaya, Bissan Ghaddar, Ernesto Arandia, Bradley Eck. *Simulation-optimization approaches for water pump scheduling and pipe replacement problems. European Journal of Operational Research*, 246(1) :293–306, 2015.

[10] Arvind U Raghunathan *Global optimization of nonlinear network design. SIAM Journal on Optimization*, 23(1) :268–295, 2013.

[11] Hanyu Shi, Fengqi You *Energy optimization of water supply system scheduling : Novel MINLP model and efficient global optimization algorithm. AIChE Journal*, 52(12) :4277–4296, 2016.

[12] E. Todini, S. Pilati *A Gradient Algorithm for the Analysis of Pipe Networks. Computer Applications in Water Supply : Vol. 1 Systems Analysis and Simulation*, 1–20, 1988.

[13] Derek Verleye, El-Houssaine Aghezzaf. *Optimising production and distribution operations in large water supply networks : A piecewise linear optimisation approach. International Journal of Production Research*, 51(23-24) :7170–7189, 2013.